

İsim Soyisim: _____ Öğrenci No: _____

ÖNEMLİ UYARI: YETERSİZ AÇIKLAMA TAM
PUAN ALMAYABİLİR.

Soru:	1	2	3	4	Toplam
Puan:	30	20	20	30	100
Başarı:					

BAŞARILAR.

SORULAR

1. (30 puan) $S = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ kümesi \mathbb{R}^6 ve $T = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$ kümesi \mathbb{R}^4 ün birer sıralı bazıdır. Bir $L : \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^4$ lineer dönüşümü için şunlar bilinmektedir:

$$\begin{aligned}L(v_1) &= w_1 - w_2, \\L(v_2) &= 2w_1 + w_2, \\L(v_3) &= w_1 + w_2 - w_3, \\L(v_4) &= -w_1 + w_3, \\L(v_5) &= w_1 + w_2 + w_3, \\L(v_6) &= 2w_2 - 2w_3.\end{aligned}$$

- (a) L dönüşümünün rankı kaçtır?
(b) L dönüşümü örten midir?
(c) L dönüşümünün sıfırlığı kaçtır?
(d) L dönüşümü birebir midir?
2. (20 puan) $v_1 = (1, -1, 3, 0)$, $v_2 = (-1, 0, 2, -2)$, $v_3 = (0, 0, 1, -3)$, $v_4 = (0, 1, -2, 4)$ ve $w_1 = (-1, 3, 2, 3)$, $w_2 = (0, -6, 5, -14)$, $w_3 = (1, -3, -1, -6)$, $w_4 = (-5, 4, 13, 6)$ olmak üzere, \mathbb{R}^4 ün iki sıralı bazı $S = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ ve $T = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$ kümeleridir. \mathbb{R}^4 ün S sıralı bazına göre bir $L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ lineer dönüşümünün temsilcisi

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

matrisidir. L nin T bazına göre temsilcisini bulunuz.

3. (20 puan) Aşağıda verilen B matrisinin, a nın hangi değerleri için köşegenleştirilemeyeceğini bulunuz:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -4 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}.$$

İpucu: Soruların sonundaki hatırlatma, işlemlerinizi kolaylaştırabilir.

4. (30 puan)

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \sqrt{5} \\ 0 & 0 & \sqrt{5} & 3 \end{bmatrix}$$

matrisini köşegenleştirecek dik bir P matrisi var mıdır? Varsa hangi P dik ve D köşgensel matrisleri için

$$P^T C P = D$$

sağlanır?

İpucu: Aşağıdaki hatırlatma, işlemlerinizi kolaylaştırabilir.

Hatırlatma: Y ve Z birer kare matris ise,

$$X = \left[\begin{array}{c|c} Y & * \\ \hline \mathbf{0} & Z \end{array} \right]$$

blok köşegensel matrisi için

$$\det(X) = \det(Y) \cdot \det(Z)$$

dir.